UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR **Trimestre: Ene-Mar 2010**
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS PURAS Y APLICADAS
MATEMÁTICA I (MA-1111)
Fecha de publicación: 13/01/10
Contenido para el parcial: I

PRÁCTICA DE LA SEMANA 2

Contenidos

- Sistemas de coordenadas rectangulares.
- Ecuación de la recta.
- Rectas paralelas y perpendiculares.
- Ecuación de la circunferencia.
- Distancia de un punto a una recta.
- Distancia entre rectas.
- Concepto de función.
- Función par y función impar.
- Funciones polinómicas: constante, afín, cuadrática, potencia.
- Función valor absoluto.
- Función parte entera.
- Función racional.
- Función raíz cuadrada.

Ejercicios a resolver en la práctica

1. Halla la ecuación de la recta que contiene el punto $(-1,-3)$ y es paralela a la recta L_1 que contiene los puntos $(3,2)$ y $(-5,7)$.

2. Halla todos los valores reales de λ tales que la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(\lambda-1,5)$ y $B(0,2\lambda-3)$ sea mayor o igual a 5.

3. **a**) Halla la ecuación de la recta L_1 que pasa por $A\left(0,\frac{4}{3}\right)$ y es ortogonal a la recta L_2 de ecuación $2x-y=0$.
b) Determina, si existe, el punto P de intersección de las recta L_1 y L_2.
c) Halla la distancia del punto A a la recta L_2.
d) Si la fórmula de la distancia *d* del punto (x_1, y_1) a la recta de ecuación $Ax+By+C=0$ es

$$d=\frac{|Ax_1+By_1+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

Verifica con la fórmula dada el resultado obtenido en c).

4. Halla la ecuación de la circunferencia de centro $C(-1,-2)$ y es tangente a la recta L_1 de ecuación $4y+3x+2=0$.

5. Halla la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en la recta L de ecuación $x+y-1=0$ y que pasa por los puntos $P_1(0,5)$ y $P_2(2,1)$.

6. Si los puntos $A(2,-1)$ y $B(4,-3)$ son los extremos de un diámetro de una circunferencia, halla:

a) La ecuación de la circunferencia.
b) La ecuación de la recta tangente a la circunferencia en B.

7. Sea $w(x)=\begin{cases} x^2-x & \text{si} \quad x<1 \\ 2x-1 & \text{si} \quad 1<x\leq 2 \\ 3 & \text{si} \quad 2<x<6 \end{cases}$

a) Halla el dominio de *w*.
b) Calcula: $w\left(\frac{1}{2}\right)$, $w(1{,}75)$ y $w\left(\sqrt{29}\right)$.
c) Grafica la función *w*.
d) Halla analíticamente el valor o valores de *x*, si existen, cuya imagen sea 4 y compara los valores obtenidos con los valores obtenidos a partir de la gráfica de la función.
e) Determina gráficamente el valor o valores de *x*, si existen, tal que: $w(x)<0$.

Ejercicios propuestos

En los problemas del 1 al 7 halla la ecuación de la recta que satisface las condiciones dadas.

1. Tiene pendiente -2 y pasa por el punto $\left(0,\frac{1}{2}\right)$.

2. Pasa por los puntos $(-1,2)$ y $(3,-3)$.

3. Tiene pendiente 3 e interseca al eje *x* en el punto $(2,0)$.

4. Contiene el punto $(-2,-3)$ y es paralela a la recta L_1 de ecuación $3x-7y+4=0$.

5. Contiene el punto $\left(\frac{3}{2},\frac{2}{3}\right)$ y es perpendicular a la recta L_1 de ecuación $3x-y=0$.

6. Es paralela a la recta de ecuación $4\sqrt{2}\,x-\sqrt{2}\,y=\sqrt{7}$ y pasa por el punto de intersección de las rectas de ecuaciones $x-y=0$ y $3x-y-8=0$.

7. Contiene el punto $\left(\sqrt{5},0\right)$ y es perpendicular a la recta L_1 de ecuación $y=4$.

8. Si las coordenadas del punto A son $(3,-4)$ y las coordenadas del punto medio del segmento $\overline{AB}$, son: $\left(2,\frac{1}{3}\right)$, determina las coordenadas de B.

9. Halla el lugar geométrico de los puntos de un plano cuya distancia al punto $(-1,1)$ es 13.

En los problemas del 10 al 13 halla la ecuación de la circunferencia que satisface las condiciones dadas.

10. Centro: $C(0,0)$ y radio $r=\frac{1}{2}$.

11. Centro: $C(-1,3)$ y radio $r=\sqrt{5}$.

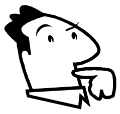
12. Centro: $C(-2,4)$ y que es tangente al eje x.

13. Pasa por los puntos $A(2,-5)$, $B(6,-1)$ y $D(2,3)$.

14. Halla $\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$, $h\neq 0$ si $f(x)=\frac{x}{x+2}$.

15. Para cada una de las funciones definidas a continuación indica el dominio, rango y represéntala gráficamente.

a) $f(x)=\dfrac{-3x+1}{2}$ **b)** $f(x)=-\dfrac{-3-7x}{3}$

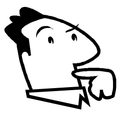


Reflexiona

- ¿Cuál es el nombre de cada una de las funciones definidas en el ejercicio anterior?
- ¿Cuál es el dominio de una función afín?
- ¿Cómo es la gráfica de una función afín?
- ¿Cuál es el rango de una función afín?

16. Para cada una de las funciones definidas a continuación indica el dominio, rango y represéntala gráficamente.

a) $f(x)=x^2-x-6$ **b)** $f(x)=1+(3-x)^2$ **c)** $f(x)=1-(x-6)^2$



Reflexiona

- ¿Cuál es el nombre de cada una de las funciones definidas en el ejercicio anterior?
- ¿Cuál es el dominio de una función cuadrática?
- ¿Cómo se denomina la gráfica de una función cuadrática?
- ¿Cómo hallas el rango de una función cuadrática?
- ¿Existe alguna relación entre el rango y el vértice de la parábola?

17. Para cada una de las funciones definidas a continuación estudia la paridad de la función.

a) $f(x)=x^{\frac{5}{3}}+\dfrac{2}{x}$ **b)** $f(x)=\sqrt{x^2+1}-3x$ **c)** $f(x)=3x^7-2x^6+1$ **d)** $f(x)=\dfrac{2}{x^2-4}$.

18. Si $g(x)=\dfrac{1}{x}$. Demuestra que $g(a)-g(b)=g\left(\dfrac{ab}{b-a}\right)$

19. Sea $q(x)=\begin{cases} x-3 & \text{si} \quad x\le 0 \\ x^2-x & \text{si} \quad x\ge 2 \end{cases}$

a) Halla el dominio de *q*.
b) Calcula $q\left(-\sqrt{2}\right)$, $q\left(\sqrt{5}\right)$.
c) Grafica la función *q*.
d) A partir de la gráfica de la función determina el rango de la función *q*.

Respuestas de los ejercicios propuestos

1) $y=-2x+\dfrac{1}{2}$ **2**) $y=-\dfrac{5}{4}x+\dfrac{3}{4}$ **3**) $y=3x-6$

4) $7y-3x+15=0$ **5**) $6y+2x-7=0$ **6**) $y-4x+12=0$

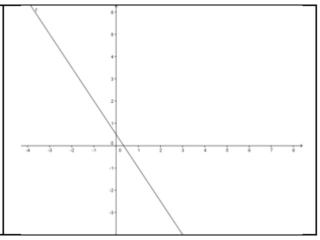
7) $x-\sqrt{5}=0$ **8**) $\left(1,\dfrac{14}{3}\right)$ **9**) Circunferencia de centro $(-1,1)$ y radio 13.

10) $x^2+y^2=\dfrac{1}{4}$ **11**) $(x+1)^2+(y-3)^2=5$ **12**) $(x+2)^2+(y-4)^2=16$

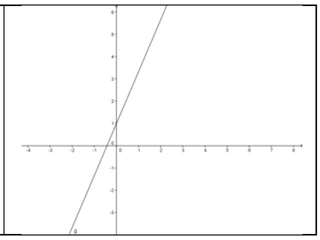
13) $(x-2)^2+(y+1)^2=16$ **14**) $\dfrac{2}{5(h+5)}$

15)

a) $\mathrm{Dom}_f=R,\quad \mathrm{Rg}_f=R$.

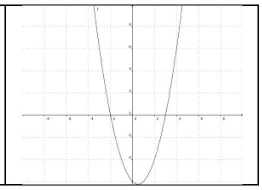


b) $\mathrm{Dom}_f=R,\quad \mathrm{Rg}_f=R$.

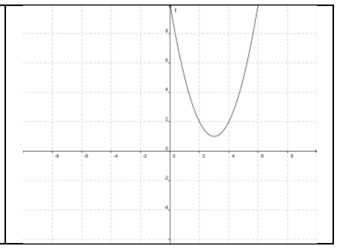


16)

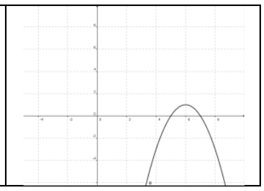
a) $\text{Dom}_f = R, \quad \text{Rg}_f = \left[-\frac{25}{4}, +\infty\right)$



b) $\text{Dom}_f = R, \quad \text{Rg}_f = [1, +\infty)$



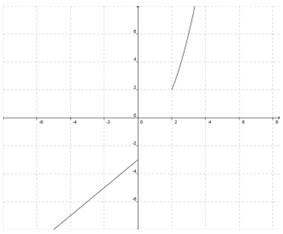
c) $\text{Dom}_f = R, \quad \text{Rg}_f = (-\infty, 1]$



17) a) impar **b**) no es par ni impar **c**) no es par ni impar **d**) par

19) a) $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$ **b**) $q\left(-\sqrt{2}\right) = -\sqrt{2} - 3$; $q\left(\sqrt{5}\right) = 5 - \sqrt{5}$

c)



d) $(-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$

Halla el error

- Las rectas de ecuaciones $2x - y + 1 = 0$ y $2x - 5y + 1 = 0$ son paralelas.
- Las rectas de ecuaciones $y = \frac{2}{3}x$ y $y = -\frac{2}{3}x + 1$ son perpendiculares.
- $(x-2)^2 + (y-5)^2 + 4 = 0$ es la ecuación de una circunferencia.
- La pendiente de la recta que contiene los puntos $A(-3,1)$ y $B(2,-1)$ es $m = -\frac{5}{2}$.
- La recta que une cualquier par de puntos de una circunferencia pasa por el centro de la circunferencia.
- Si $f(x) = 1 + x^2$ entonces $f(2) = 1 + x^2 = 1 + 2^2 = 5$
- Si $f(x) = \sqrt{x}$ entonces $\text{Dom}_f = \{x \in R : \sqrt{x} \geq 0\}$
- La función *f* definida por $f(x) = 2(x+1)$ es par ya que las imágenes son de la forma $2(x+1)$.

Ejercicios Extras

1. Sea $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Halle $f(2x), 2f(x), f(x^2)$ y $[f(x)]^2$.

2. Bosqueje la gráfica de las siguientes funciones y determine el dominio y rango de cada función

   a) $f(t) = t - \lfloor t \rfloor$ donde $\lfloor \cdot \rfloor$ representa a la función parte entera.

   b) $y = 3 + \frac{\pi}{6-x}$.

   c) $y = \sqrt{5+x} - 1$.

   d) $z = \frac{|y|-y}{y}$.

3. Sea $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$. Encuentre, simplifique y determine el dominio de cada una de las siguientes funciones

   a) $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

   b) $g(x) = f\left(f(x)\right)$.

   c) $f(x) \times f(x)$.

   d) $g(x) - h(x)$.

   e) $g(x)/h(x)$.

4. Determine el dominio de cada una de las siguientes funciones

   a) $f(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+2x+3}}$.

   b) $h(x) = f(g(x))$ donde $f(x) = \begin{cases} 2x^3+1 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{1}{x-2} & \text{si } 2 < x \leq 3 \\ 2x-5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ y $g(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } |x| \leq 1 \\ \sqrt{3-x} & \text{si } |x| > 1 \end{cases}$.

5. Determine el valor de θ para el cual la recta $3x + \theta y = 5$

   a) pasa por el punto $(3, 1)$.

   b) es paralela al eje Y;

   c) es paralela a la recta $2x + 3y + 1 = 0$;

   d) tiene intersecciones con el eje X y con el eje Y iguales;

6. Suponga que (a, b) está en la circunferencia $x^2+y^2 = r^2$. Demuestre que la recta $ax+by = r^2$ es tangente a la circunferencia en (a, b). Utilice el resultado anterior para determinar las ecuaciones de las dos rectas tangentes a la circunferencia $x^2 + y^2 = 36$ que pasan por el punto $(12, 0)$.

7. Una rueda cuyo borde tiene ecuación $x^2 + (y - 6)^2 = 25$ gira rápidamente en dirección contraria a las manecillas del reloj. Una partícula de lodo, en el borde, sale disparada en el punto $(3, 2)$ y vuela hacia la pared en $x = 11$. Determine aproximadamente a qué altura pegará la partícula de lodo en la pared. Sugerencia: la partícula de lodo vuela de forma tangente tan rápido que los efectos de la gravedad son despreciables durante el tiempo que le toma golpear la pared.

Practica elaborada por la Prof:
Aida Montezuma.
Ampliada por Prof
Antonio Di Teodoro. 2010